

# Geometría racional de engranajes cilíndricos con elevada resistencia a picadura según norma AGMA 2101

Rational geometry of cylindrical gears with high pitting resistance according to AGMA standard 2101

Gonzalo González-Rey<sup>1\*</sup>  
Christopher Edgar Falcón-Anaya<sup>2</sup>

## RESUMEN

Son presentadas orientaciones para una geometría racional de engranajes cilíndricos de ejes paralelos con ruedas de acero y dientes rectos con alta resistencia a la picadura de los dientes. El procedimiento de cálculo del esfuerzo de contacto en engranajes cilíndricos con dientes rectos y contacto exterior fue establecido mediante un modelo matemático que consideró una interrelación del esfuerzo de contacto en los flancos activos de los dientes con la geometría de las ruedas, las condiciones de operación del engranaje y aspectos relevantes de la fabricación vinculantes con el diseño de la transmisión. La base de las relaciones matemáticas del modelo matemático para evaluar el esfuerzo de contacto es la norma AGMA 2101-D04 (2010). Resultados obtenidos precisan la resistencia a la picadura de los dientes en engranajes con distancia entre ejes fija. La geometría racional se logra con módulos menores y coeficientes de corrección positivo en los flancos de los dientes. En general, engranajes con coeficientes de corrección positivos favorecen el aumento del radio de curvatura de los flancos de los dientes de las ruedas del engranaje y mejoran su resistencia a la picadura.

**Palabras clave:** Geometría racional de engranaje cilíndrico, norma AGMA 2101, esfuerzo de contacto, resistencia a picadura.

## ABSTRACT

Directions for a rational geometry of steel cylindrical spur gears with high pitting resistance are presented. The procedure is fixed taking into account the AGMA Standard 2101-D04 for calculation of the load capacity of cylindrical gears. Results for spur gear with center distance fixed show pitting resistance reduction with greater modules due to a decrease of the pitting resistance geometry factor. In general, spur gears with positive addendum modification coefficient increase the radii of curvature of the contacting tooth profiles with improved of pitting resistance.

**Keywords:** Rational cylindrical gear geometry, AGMA Standard 2101, tooth contact stress, pitting resistance.

---

<sup>1</sup> Universidad Tecnológica de Aguascalientes, México.

<sup>2</sup> Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey, Campus Aguascalientes, México.

\* Correo de contacto: gonzalo.gonzalez@utags.edu.mx



## INTRODUCCIÓN

La picadura de los flancos activos de los dientes de las ruedas es una de las causas principales que inutiliza las transmisiones por engranajes que trabajan en abundancia de lubricante (Fajdiga y Sraml, 2009; Blake y Cheng, 1991), y por consiguiente las principales normas para evaluar la capacidad de carga (AGMA, 2010; AGMA, 2010a; ISO, 2006) y diseñar engranajes (AGMA, 2010b; AGMA, 2012) consideran en primera instancia la resistencia al deterioro por picadura de los dientes en las ruedas de las transmisiones por engranajes.

En el 2010 fue reafirmada y aprobada una nueva edición de la norma ANSI-AGMA 2101-D04 (AGMA, 2010), que reformuló las relaciones para evaluar el esfuerzo de contacto haciendo uso del sistema métrico e incorporó modificaciones en el factor de distribución de carga en el flanco de los dientes  $K_H$  y el factor por carga dinámica  $K_V$ . Este estado del conocimiento, reflejado en la edición y reafirmación de nuevas normas, ha permitido sentar las bases para el desarrollo de un procedimiento de cálculo del esfuerzo nominal de contacto en los dientes de los engranajes cilíndricos con base en AGMA 2101-D04. En la referida norma el esfuerzo de contacto es calculado según la ecuación (1).

$$\sigma_H = Z_E \cdot \sqrt{\frac{F_t \cdot K_O \cdot K_V \cdot K_H \cdot K_S \cdot Z_R}{d_{w1} \cdot b \cdot Z_I}} \quad (\text{MPa}) \quad (1)$$

Donde:

$\sigma_H$  = Esfuerzo máximo de contacto nominal (MPa)

$Z_E$  = Factor de elasticidad ( $\text{MPa}^{1/2}$ )

$K_O$  = Factor por aplicación de la carga

$K_V$  = Factor por carga dinámica

$K_H$  = Factor por concentración de carga

$K_S$  = Factor por tamaño

$Z_R$  = Factor por rugosidad

$Z_I$  = Factor geométrico de resistencia a la picadura

$F_t$  = Fuerza tangencial nominal (N)

$d_{w1}$  = Diámetro primitivo del piñón (mm)

$b$  = Ancho de engrane (mm)

El objetivo principal del presente artículo es mostrar un procedimiento para estimar el referido esfuerzo de contacto nominal en engranajes cilíndricos con dientes rectos y contacto exterior considerando las condiciones de operación, diseño y fabricación que permitan una geometría racional de este engranaje y diseñar una transmisión más resistente a la picadura de los flancos activos de los dientes.

## MÉTODOS Y MATERIALES

El procedimiento de cálculo del esfuerzo de contacto en engranajes cilíndricos con dientes rectos y contacto exterior fue establecido mediante un modelo matemático que consideró una interrelación del esfuerzo de contacto en los flancos activos de los dientes con la geometría de las ruedas, las condiciones de operación del engranaje y aspectos relevantes de la fabricación vinculantes con el diseño de la transmisión. La Figura 1 muestra el modelo matemático con empleo de una representación gráfica de las relaciones matemáticas (hexágonos) y las variables (círculos y elipses). Para hacer generalizable el empleo de la ecuación (1), en el mencionado modelo matemático se incluyen relaciones matemáticas y variables derivadas de la geometría de los engranajes cilíndricos con ejes paralelos y contacto exterior, además de otros factores que condicionan aspectos de fabricación y explotación del referido engranaje.

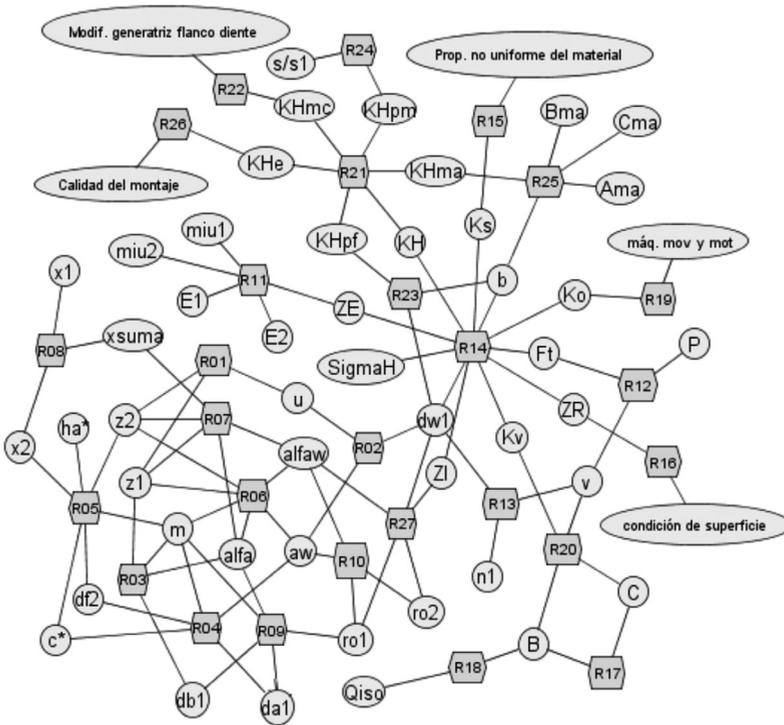


Figura 1. Representación gráfica del modelo matemático general de un engranaje cilíndrico con interrelación de los esfuerzos de contacto, geometría, aspectos relevantes de su fabricación y condiciones de explotación. Las variables son identificadas en la Tabla 1 y las relaciones entre ellas en la Tabla 3.

Fuente: Elaboración propia.

Las Figuras 2, 3, 4, 5, 6 y 7 permiten identificar y caracterizar varios de los parámetros geométricos del engranaje que interrelacionan con los esfuerzos de contacto generados en los flancos activos de los dientes y caracterizan las dimensiones propias de las ruedas dentadas en los procesos de manufactura.

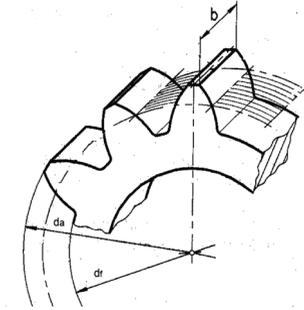


Figura 2. Sector de una rueda dentada con identificación de las dimensiones exteriores básicas.

Fuente: AGMA (2010), Rating Fundamental Rating Factors and calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth.

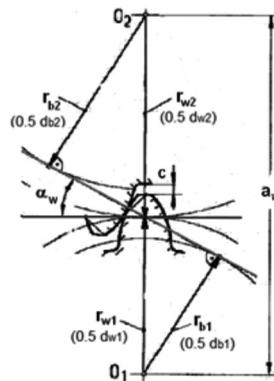


Figura 3. Identificación de los parámetros básicos de un engranaje cilíndrico de ejes paralelos y contacto exterior.

Fuente: AGMA (2010), Rating Fundamental Rating Factors and calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth.

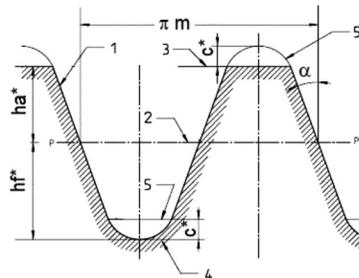


Figura 4. Perfil de referencia de cremallera básica según ISO 53 que caracteriza la herramienta de corte generadora del flanco de los dientes de las ruedas en los procesos de manufactura. En la figura se identifica: (1) perfil (rayado) de la cremallera básica, (2) línea de módulo y corresponde con recta donde el espacio interdental es igual al espesor del diente, (3) Recta de cresta, (4) Recta de fondo y (5) Perfil del diente de la cremallera básica conjugada.

Fuente: AGMA (2003), Effect of Lubrication on Gear Surface Distress.

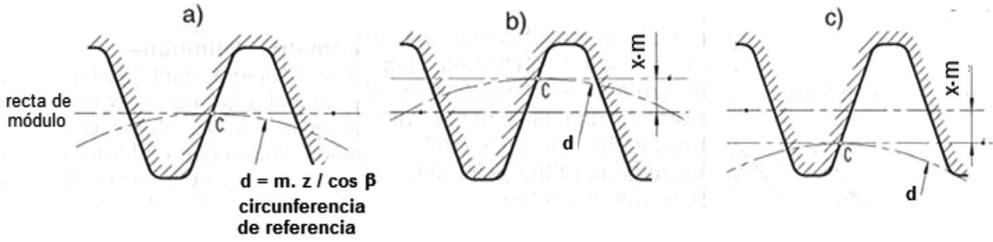


Figura 5. Diferentes posiciones de la línea de módulo en la herramienta de corte y la circunferencia de referencia al finalizar el tallado por generación: a) Rueda tallada sin corrección, b) Rueda tallada con corrección negativa, c) Rueda tallada con corrección positiva.

Fuente: AGMA (2010), Rating Fundamental Rating Factors and calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth.

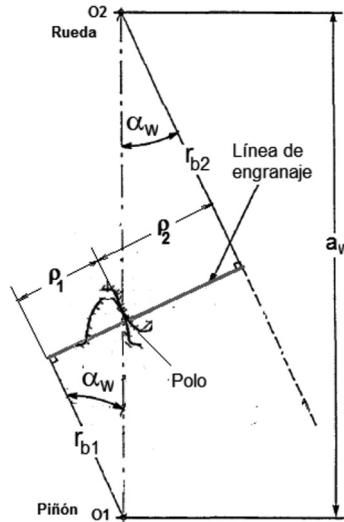


Figura 6. Identificación de los radios del flanco de contacto de los dientes del piñón ( $\rho_1$ ) y rueda ( $\rho_2$ ).

Fuente: AGMA (2010), Rating Fundamental Rating Factors and calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth.

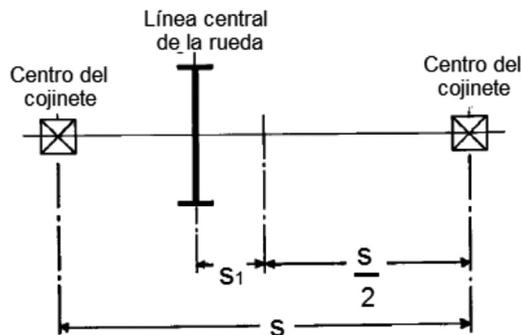


Figura 7. Relaciones geométricas para caracterizar la localización del engranaje en la transmisión.

Fuente: AGMA (2010), Rating Fundamental Rating Factors and calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth.

El modelo matemático, basado en formulaciones de ANSI-AGMA 2101-D04 (AGMA, 2010), sirvió de partida para establecer la solución al problema de determinar el esfuerzo de contacto en el engranaje cilíndrico. La Tabla 1 identifica las 52 variables participantes en el modelo matemático general.

TABLA 1. SIMBOLOGÍA Y UNIDADES DE VARIABLES PARTICIPANTES EN EL MODELO MATEMÁTICO GENERAL

No.	Variables	Unidad	Descripción
1	U		Razón de engrane
2	$z_1$		Cantidad de dientes en el piñón
3	$z_2$		Cantidad de dientes en la rueda
4	$d_{w1}$	mm	Diámetro primitivo del piñón
5	$d_{b1}$	mm	Diámetro básico del piñón
6	$d_{a1}$	mm	Diámetro de cresta del piñón
7	$d_{f2}$	mm	Diámetro de fondo de la rueda
8	$a_w$	mm	Distancia entre ejes de las ruedas
9	M	mm	Módulo
10	b	mm	Ancho de engranaje
11	$\alpha$ (alfa)	°	Ángulo del perfil de la cremallera de referencia
12	$ha^*$		Factor de altura de la cabeza del diente
13	$c^*$		Factor de holgura radial
14	$x_1$		Coefficiente de corrección del perfil de dientes del piñón
15	$x_2$		Coefficiente de corrección del perfil de dientes de la rueda
16	$x_\Sigma$ (xsuma)		Corrección sumaria
17	$\alpha_w$ (alfaw)	°	Ángulo de engranaje en plano transversal
18	$\rho_1$ (ro1)	mm	Radio del flanco de contacto en diente del piñón
19	$\rho_2$ (ro2)	mm	Radio del flanco de contacto en diente de la rueda
20	$n_1$	$\text{min}^{-1}$	Revoluciones por minuto del piñón
21	P	kW	Potencia transmitida por el engranaje
22	$Z_E$	$\text{MPa}^{1/2}$	Factor de elasticidad
23	$E_1$	MPa	Módulo de elasticidad del material del piñón
24	$\nu_1$ (miu1)		Coefficiente de <i>Poisson</i> del material del piñón
25	$E_2$	MPa	Módulo de elasticidad del material de la rueda
26	$\nu_2$ (miu2)		Coefficiente de <i>Poisson</i> del material de la rueda
27	$F_T$	N	Fuerza tangencial en las ruedas
28	v	m/s	Velocidad tangencial en las ruedas
29	$\sigma_H$ (sigmaH).	MPa	Esfuerzo máximo de contacto nominal

continúa...

No.	Variables	Unidad	Descripción
30	$K_O$		Factor por aplicación de carga
31	$K_V$		Factor por carga dinámica
32	$K_H$		Factor por concentración de carga en flanco del diente
33	$K_S$		Factor por tamaño
34	$Z_R$		Factor por rugosidad
35	$Z_I$		Factor geométrico de resistencia a la picadura
36	B		Factor auxiliar de cálculo del $K_V$
37	C		Factor auxiliar de cálculo del $K_V$
38	$Q_{ISO}$		Grado de precisión del engranaje
39	$KH_{mc}$		Factor por modificar generatriz del flanco de dientes
40	$KH_{pf}$		Factor por ancho relativo del piñón
41	$KH_{pm}$		Factor por ubicación del piñón
42	$KH_{ma}$		Factor por calidad de la manufactura
43	$KH_e$		Factor por calidad del ajuste del montaje
44	$s/s_1$		Relación geométrica en el montaje
45	$A_{ma}$		Coefficiente A para calcular $KH_{ma}$
46	$B_{ma}$		Coefficiente B para calcular $KH_{ma}$
47	$C_{ma}$		Coefficiente C para calcular $KH_{ma}$
48	Prop. no uniforme del material		Propiedades no uniformes del material
49	Condición de superficie		Condiciones de superficie de contacto de los dientes
50	Máq. mov. y mot		Régimen de trabajo según máquina movida y motriz
51	Modif. generatriz flanco diente		Corrección en la generatriz del flanco de los dientes
52	Calidad del montaje		Calidad del ajuste en el montaje de las ruedas

Fuente: AGMA (2010), Rating Fundamental Rating Factors and calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth.

La solución del problema asociado con el cálculo del esfuerzo de contacto fue establecido para un engranaje cilíndrico de acero de dientes rectos con ejes paralelos y contacto exterior en condiciones de trabajo estable y sin perturbaciones considerables derivadas de la máquina movida y la máquina motriz ( $K_O = 1$ ). La ubicación de las ruedas con relación a los apoyos fue considerada simétrica ( $s_1/s = 0$ ) y el engranaje protegido del ambiente mediante una carcasa protectora (engranaje cerrado). La calidad de las ruedas fue asumida del tipo comercial y los dientes sin modificación en los flancos ( $K_{Hmc} = 1$ ), con condiciones medias de rugosidad en los flancos ( $Z_R = 1$ ) y sin asentamiento previo de las ruedas durante el montaje ( $K_{He} = 0,8$ ).

En la Tabla 2 se muestran las variables asumidas como conocidas (datos) en el modelo matemático y bases para la solución al problema de determinar el esfuerzo de contacto nominal ( $\sigma_H$ ) de un engranaje cilíndrico de dientes rectos y ejes paralelos con contacto exterior.

TABLA 2. VARIABLES CONOCIDAS (DATOS) PARA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE DETERMINACIÓN DEL ESFUERZO DE CONTACTO NOMINAL ( $\sigma_H$ ) DE UN ENGRANAJE CILÍNDRICO.

No.	Variables	Unidad	Descripción
1	$z_1$		Cantidad de dientes en el piñón
2	$z_2$		Cantidad de dientes en la rueda
3	$a_w$	mm	Distancia entre ejes de las ruedas
4	$m$	mm	Módulo
5	$b$	mm	Ancho de engranaje
6	$\alpha$ (alfa)	°	Ángulo del perfil de la cremallera de referencia
7	$ha^*$		Factor de altura de la cabeza del diente
8	$c^*$		Factor de holgura radial
9	$x_1$		Coefficiente de corrección del perfil del piñón
10	$n_1$	$\text{min}^{-1}$	Revoluciones por minuto del piñón
11	$P$	kW	Potencia transmitida por el engranaje
12	$E_1$	MPa	Módulo de elasticidad del material del piñón
13	$\nu_1$ (miu1)		Coefficiente de <i>Poisson</i> del material del piñón
14	$E_2$	MPa	Módulo de elasticidad del material de la rueda
15	$\nu_2$ (miu2)		Coefficiente de <i>Poisson</i> del material de la rueda
16	$Q_{ISO}$		Grado de precisión del engranaje
17	$s/s_1$		Relación geométrica en el montaje
18	$A_{ma}$		Coefficiente A para calcular $KH_{ma}$
19	$B_{ma}$		Coefficiente B para calcular $KH_{ma}$
20	$C_{ma}$		Coefficiente C para calcular $KH_{ma}$
21	Prop. no uniforme del material		Propiedades no uniformes del material
22	Condición de superficie		Condiciones de superficie de contacto de los dientes
23	Máq. mov. y mot		Régimen de trabajo según máquina movida y motriz
24	Modif. generatriz flanco diente		Corrección en la generatriz del flanco de los dientes
25	Calidad del montaje		Calidad del ajuste en el montaje de las ruedas

Fuente: AGMA (1993), A Summary of Numerical Examples Demonstrating the Procedures for Calculating Geometry Factors for Spur and Helical Gears.

La Tabla 3 muestra el procedimiento de cálculo, paso a paso y en forma organizada, desarrollado en el presente trabajo con base en las relaciones identificadas en ANSI-AGMA 2101-D04 (AGMA, 2010). Esta solución fue empleada para implementar una búsqueda exhaustiva de combinación de parámetros geométricos del engranaje y maximizar la resistencia de las ruedas a la picadura de los dientes.

TABLA 3. PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO DEL ESFUERZO DE CONTACTO NOMINAL DE UN ENGRANAJE CILÍNDRICO DE DIENTES RECTOS Y EJES PARALELOS CON CONTACTO EXTERIOR.

Nombre de la variable	Relación	Ecuación	Unidad
Razón de engrane	(R01)	$u = \frac{z_2}{z_1}$	
Diámetro primitivo del piñón	(R02)	$d_{w1} = \frac{2 \cdot a_w}{(u + 1)}$	mm
Velocidad tangencial	(R13)	$V = \frac{(n_1 \cdot \pi \cdot d_{w1})}{60000}$	m/s
Fuerza tangencial	(R12)	$F_T = \frac{1000 \cdot P}{V}$	N
Ángulo de engranaje transversal	(R06)	$\alpha_w = \cos^{-1} \left( \frac{m \cdot (z_1 + z_2) \cdot \cos \alpha}{2 \cdot a_w} \right)$	°
Corrección sumaria	(R07)	$x_\alpha = \frac{\text{inv } \alpha_w - \text{inv } \alpha}{2 \cdot \tan \alpha} (z_1 + z_2)$	
Coefficiente de corrección en rueda	(R08)	$x_2 = x_\alpha - x_1$	
Diámetro de fondo de la rueda	(R05)	$d_{f2} = m \cdot z_2 - 2 \cdot m \cdot (ha^* + c^* - x_2)$	mm
Diámetro de cresta del piñón	(R04)	$d_{a1} = 2 \cdot a_w - d_{f2} - 2 \cdot c^* \cdot m$	mm
Diámetro básico del piñón	(R03)	$d_{b1} = m \cdot z_1 \cdot \cos \alpha$	mm
Radio del flanco de contacto en piñón	(R09)	$\rho_1 = \sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b1}}{2}\right)^2} - m \cdot \pi \cdot \cos \alpha$	mm
Radio del flanco de contacto en rueda	(R10)	$\rho_2 = a_w \cdot \text{sen } \alpha_w - \rho_1$	mm

continúa...

Nombre de la variable	Relación	Ecuación	Unidad
Factor geométrico de resistencia a picadura	(R27)	$Z_1 = \frac{\cos\alpha_w}{\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right) \cdot d_{w1}}$	
Factor elástico	(R11)	$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot \left[\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right]}} = 190$	MPa <sup>1/2</sup>
Factor por rugosidad	(R16)	$Z_R = f \left( \begin{array}{l} \text{condiciones de las} \\ \text{superficies en contacto} \\ \text{de los dientes} \end{array} \right) = 1$	
Factor por aplicación de carga	(R19)	$K_0 = f \left( \begin{array}{l} \text{máquina motriz,} \\ \text{máquina movida,} \\ \text{régimen de trabajo} \end{array} \right) = 1$	
Factor por tamaño	(R15)	$K_s = f \left( \begin{array}{l} \text{propiedades no} \\ \text{uniformes del material} \\ \text{de las ruedas} \end{array} \right) = 1$	
Coefficiente auxiliar de cálculo	(R18)	$B = 0.25 \cdot (Q_{ISO} - 5)^{0.667}$	
Coefficiente auxiliar de cálculo	(R17)	$C = 50 + 56(1 - B)$	
Factor de carga dinámico	(R20)	$K_v = \left( \frac{C}{C + \sqrt{196.85 \cdot V}} \right)^B$	
Factor por modificación en generatriz del flanco de dientes	(R22)	$K_{Hmc} = f \left( \begin{array}{l} \text{corrección en} \\ \text{generatriz del} \\ \text{flanco de los} \\ \text{dientes} \end{array} \right) = 1$	
Factor por ubicación del piñón	(R24)	$K_{H\beta m} = 1,0$	
Factor por calidad del ajuste del montaje	(R26)	$K_{H\epsilon} = 0,8$	

continúa...

Factor por ancho relativo del piñón	(R23)	Para $b \leq 25$ mm $K_{Hpf} = \frac{b}{10 \cdot d_{w1}} - 0,025$ Para $25 < b \leq 432$ mm $K_{Hpf} = \frac{b}{10 \cdot d_{w1}} - 0,0375 + 0.000492 \cdot b$ Para valores de $\frac{b}{10 \cdot d_{w1}} < 0,05$ usar 0,05	
Factor por calidad de la manufactura	(R25)	$K_{Hma} = A_{ma} + B_{ma} \cdot b + C_{ma} \cdot b^2$	
Factor por concentración de carga en flanco del diente	(R21)	$K_H = 1 + K_{Hmc} \cdot (K_{Hpf} \cdot K_{Hpm} + K_{Hma} \cdot K_{Hc})$	
Esfuerzo de contacto nominal	(R14)	$\sigma_H = Z_E \cdot \sqrt{\frac{F_T \cdot K_0 \cdot K_V \cdot K_H \cdot K_S \cdot Z_R}{b \cdot d_{w1} \cdot Z_I}}$	(MPa)

Fuente: AGMA (1993), A Summary of Numerical Examples Demonstrating the Procedures for Calculating Geometry Factors for Spur and Helical Gears.

## RESULTADOS

Con base en el procedimiento desarrollado para calcular el esfuerzo de contacto en los flancos activos de los dientes rectos de un engranaje cilíndrico se elaboró en Excel un procesamiento lineal del cálculo que permitió en primera instancia corroborar la convergencia de los resultados con otros declarados en la literatura especializada (AGMA, 1993; AGMA, 2003), y posteriormente evaluar la influencia de algunos parámetros geométricos del engranaje en la magnitud del esfuerzo.

En general y en correspondencia con el modelo matemático de la solución del problema establecido, las valoraciones del esfuerzo de contacto fueron realizadas para engranajes lubricados por inmersión en baño de aceite, con disposición simétrica de las ruedas en relación con los apoyos, trabajando con carga uniforme y continua, no más de 8 horas diarias y evitando que la carga máxima de arranque supere el doble de la carga de trabajo nominal. El engranaje fue seleccionado de calidad comercial, con grado 7mo de precisión ISO, rugosidad superficial de flancos en dientes menor de  $6 \mu\text{m}$  y sin asentamiento previo de las ruedas durante el montaje. Las ruedas dentadas fueron consideradas elaboradas por generación con parámetros normalizados de la herramienta de corte y módulo. El engranaje básico para el análisis fue tipificado con una distancia entre ejes ( $a_w$ ) de 216 mm, una razón de engrane ( $u$ ) de 1.88 y con ancho de engranaje ( $b$ ) de 64 mm. Las condiciones de operación fueron establecidas para transmitir una potencia ( $P$ ) de 10 kW y velocidad de la rueda rápida ( $n_1$ ) de 500 min<sup>-1</sup>.

Con la intención de que los resultados puedan ser reproducidos por otros investigadores, en la Tabla 4 son declarados los datos iniciales (constantes) y las variables empleadas en el problema de simulación orientado a evaluar el esfuerzo de contacto y brindar recomendaciones sobre la geometría racional de engranajes cilíndricos con elevada resistencia a la picadura.

Tabla 4. COMPILACIÓN DE LAS CONSTANTES (DATOS) Y VARIABLES DE SIMULACIÓN PARA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE DETERMINACIÓN DEL ESFUERZO DE CONTACTO NOMINAL ( $\sigma_{H1}$ ) DE UN ENGRANAJE CILÍNDRICO.

Descripción	Símbolo	Constante	Variable
Cantidad de dientes en el piñón	$z_1$		20, 25, 34, 50, 75, 100 y 150
Cantidad de dientes en la rueda	$z_2$		38, 46, 47, 64, 94, 141, 188 y 282
Distancia entre ejes de ruedas (mm)	$a_w$	216	
Módulo (mm)	$m$		1, 1.5, 2, 3, 4.4, 6 y 7.5
Ancho de engranaje (mm)		64	
Ángulo del perfil de la cremallera de referencia ( $^\circ$ )	$\alpha$ (alfa)	20	
Factor de altura de la cabeza del diente	$ha^*$	1	
Factor de holgura radial	$c^*$	0.25	
Coefficiente de corrección del perfil del piñón	$x_1$		$\pm 1, \pm 0.8, \pm 0.6, \pm 0.4, \pm 0.2$ y 0
Revoluciones por minuto del piñón ( $\text{min}^{-1}$ )	$n_1$	500	
Potencia transmitida por el engranaje (kW)	$P$	10	
Módulo de elasticidad del material del piñón (MPa)	$E_1$	$2 \times 10^5$	
Coefficiente de <i>Poisson</i> del material del piñón	$\nu_1$ (miu1)	0.3	
Módulo de elasticidad del material de la rueda (MPa)	$E_2$	$2 \times 10^5$	
Coefficiente de <i>Poisson</i> del material de la rueda	$\nu_2$ (miu2)	0.3	
Grado de precisión del engranaje	$Q_{ISO}$	$7^{mo}$	
Relación geométrica en el montaje	$s/s_1$	0	
Coefficiente A para calcular $KH_{ma}$	$A_{ma}$	0.127	
Coefficiente B para calcular $KH_{ma}$	$B_{ma}$	$0.622 \times 10^{-3}$	
Coefficiente C para calcular $KH_{ma}$	$C_{ma}$	$-1.69 \times 10^{-7}$	

continúa...

Descripción	Símbolo	Constante	Variable
Propiedades no uniformes del material (valora $K_s$ )	Prop. no uniforme del material	$K_s = 1$	
Condiciones de superficie de contacto de los dientes (valora $Z_R$ )	Condición de superficie	$Z_R = 1$	
Régimen de trabajo según máquina movida y motriz (valora $K_O$ )	Máq. mov. y mot	$K_O = 1$	
Corrección en la generatriz del flanco de los dientes (valora $K_{Hmc}$ )	Modif. generatriz flanco diente	$K_{Hmc} = 1$	
Calidad del ajuste en el montaje de las ruedas (Valora $K_{He}$ )	Calidad del montaje	$K_{He} = 1$	

Fuente: Elaboración propia.

Con el objetivo de analizar la influencia de la geometría del engranaje en el comportamiento de la resistencia a la picadura en los dientes, fueron estimados valores de esfuerzos de contacto en los flancos activos de los dientes rectos de engranajes cilíndricos de acero con ejes paralelos y contacto exterior. El factor de carga dinámica y el factor de concentración de carga en el flanco del diente se mantuvieron prácticamente constante en valores  $K_v = 1.12$  y  $K_H = 1.18$  respectivamente. Los más importantes resultados son presentados gráficamente en las Figuras 8, 9 y 10.

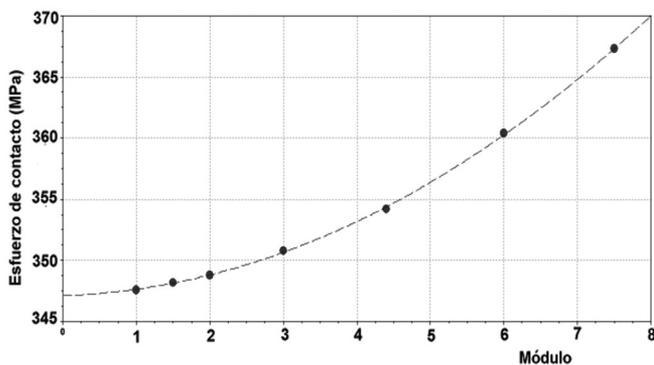


Figura 8. Esfuerzo de contacto con variaciones del módulo para engranaje de distancia entre centros fija ( $a_w = 216$  mm) y razón de engranaje constante ( $u = 1,88$ ).

Fuente: Elaboración propia.

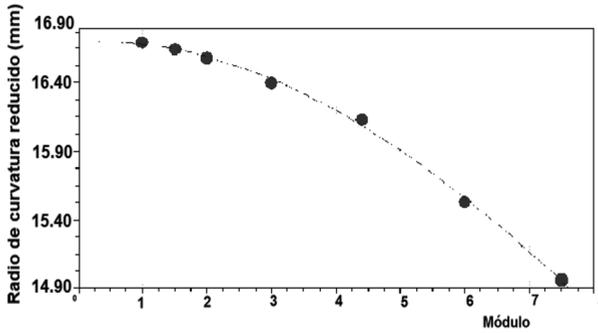


Figura 9. Comportamiento del radio de curvatura equivalente con variaciones en el módulo para un engranaje de distancia entre centros fija ( $a_w = 216$  mm) y razón de engranaje constante ( $u = 1,88$ ).

Fuente: Elaboración propia.

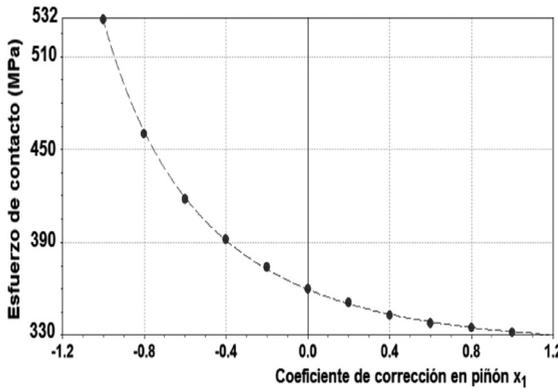


Figura 10. Comportamiento del esfuerzo de contacto con variaciones en coeficiente de corrección del piñón para engranaje de distancia interaxial  $a_w = 216$  mm, razón de engranaje  $u = 1,88$ , piñón con 25 dientes y módulo  $m = 6$ .

Fuente: Elaboración propia.

### ANÁLISIS DE RESULTADOS

Un análisis de resultados demuestra la importancia de la geometría interna del engranaje en la magnitud de los esfuerzos de contacto. En particular, tiene gran importancia el radio de curvatura equivalente en la zona de contacto entre los flancos conjugados de los dientes de las ruedas, el módulo, la cantidad de dientes de las ruedas y el coeficiente de corrección de flancos. Los resultados obtenidos evidencia la importancia de lograr dientes con radios de curvatura aumentados en la zona de engrane efectivo para obtener engranajes con mayor resistencia al deterioro por picadura.

Contrario a lo que pueda ser supuesto sin un análisis previo de la influencia de los parámetros geométricos del engranaje en los esfuerzos de contacto, la Figura 8 muestra que el uso de ruedas con módulos superiores disminuye la resistencia a la picadura de los dientes en casos de engranajes con distancia entre ejes establecidas, debido a que disminuye el factor geométrico de resistencia a la picadura y por consiguiente, según se observa en la Figura 9, se obtienen también menores radios efectivos de curvatura resultante.

Los resultados compilados en la figura 10, ratifican la influencia del radio de curvatura en los esfuerzos de contacto y en particular el efecto del coeficiente de corrección del piñón. En general, engranajes con coeficientes de corrección positivos favorecen el aumento del radio de curvatura de los flancos de los dientes y resultan con mayores radios efectivos de curvatura. En los casos analizados, fueron obtenidos reducciones del esfuerzo de contacto del orden del 60% con variaciones del coeficiente de corrección en el piñón entre  $x_1 = -1$  y  $x_1 = 1$ . Por su parte, la Figura 11 muestra la interrelación entre el coeficiente de corrección de piñón ( $x_1$ ) y la variación del radio de curvatura de los flancos de los dientes en el piñón y en la rueda para casos de engranajes con distancias entre ejes establecidas, demostrando la importancia de que el radio de curvatura del piñón sea el mayor posible, pues siempre el radio de reducido ( $\rho_{red}$ ) será menor que el menor de los dos radios conjugados.



Figura 11. Radios de curvatura de dientes en rueda (superior) y piñón (inferior). Distancia entre ejes  $a_w = 216$  mm, razón de engranaje  $u = 1,88$ , piñón con 25 dientes y módulo  $m = 6$ .

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, la Figura 12 permite entender la influencia de los radios de curvatura de los flancos ( $\rho_1, \rho_2$ ) de los dientes en las ruedas conjugadas del engranaje en el factor geométrico de resistencia a la picadura ( $Z_f$ ).

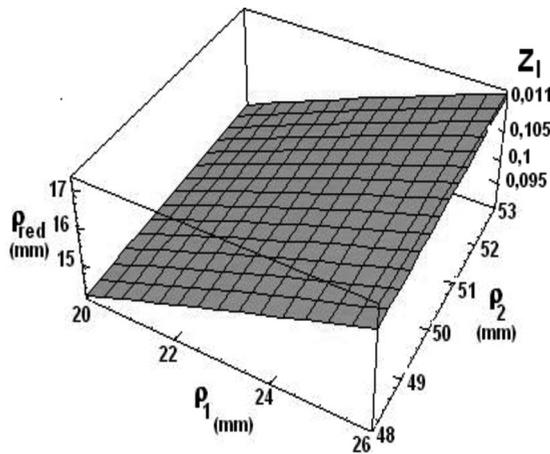


Figura 12. Relación entre radio de curvatura reducido y factor de resistencia a la picadura para un engranaje de distancia entre centros  $a_w = 216$  mm, razón de engranaje  $u = 1,88$ , piñón con 25 dientes y módulo  $m = 6$ .  
Fuente: Elaboración propia.

## CONCLUSIONES

Fue desarrollado un procedimiento analítico para estimar el esfuerzo de contacto en engranajes cilíndricos de ejes paralelos con contacto exterior y dientes rectos mediante un modelo matemático basado en formulaciones de AGMA 2101-D04 (AGMA, 2010). El procedimiento fue ejecutado en Excel y los resultados derivados del cálculo permitieron en primera instancia corroborar la convergencia de los resultados con otros declarados en la literatura especializada y posteriormente evaluar la influencia de algunos parámetros geométricos del engranaje en la magnitud del esfuerzo.

Fue observada la importancia de lograr dientes con radios de curvatura aumentados en la zona de engrane efectivo para obtener engranajes con mayor resistencia al deterioro por picadura.

Derivados de los resultados obtenido se concluye que el uso de ruedas con módulos superiores disminuye la resistencia a la picadura de los dientes en casos de engranajes con distancia entre ejes establecidas, debido a que disminuye el factor geométrico de resistencia a la picadura por obtenerse menores radios efectivos de curvatura resultante.

En general, engranajes con coeficientes de corrección positivos favorecen el aumento del radio de curvatura de los flancos de los dientes y resultan con mayores radios efectivos de curvatura. En los casos analizados, fueron obtenidos reducciones del esfuerzo de contacto del orden del 60% con variaciones del coeficiente de corrección en el piñón entre  $x_1 = -1$  y  $x_1 = 1$ .

## REFERENCIAS

- AGMA (American Gear Manufacturers Association) (1993), *A Summary of Numerical Examples Demonstrating the Procedures for Calculating Geometry Factors for Spur and Helical Gears*. AGMA 918-A93. AGMA, Virginia. USA.
- AGMA (American Gear Manufacturers Association) (2003), *Effect of Lubrication on Gear Surface Distress*. AGMA 925-A03. AGMA, Virginia. USA.
- AGMA (American Gear Manufacturers Association) (2010), *Rating Fundamental Rating Factors and calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth*, ANSI/AGMA 2101-D04, American Gear Manufacturers Association, Virginia, USA.
- AGMA (American Gear Manufacturers Association) (2010a), *Rating the Pitting Resistance and Bending Strength of Generated Straight Bevel, Zerol Bevel and Spiral Bevel Gear Teeth*, ANSI/AGMA 2003-C10, American Gear Manufacturers Association, Virginia, USA.
- AGMA (American Gear Manufacturers Association) (2010b), *Standard for Design and Specification of Gearboxes for Wind Turbines*. ANSI/AGMA/AWEA 6006-A03. AGMA, Virginia. USA
- AGMA (American Gear Manufacturers Association) (2012), *Design Recommendations for Bevel Gears*. AGMA-ISO 22849-A12. American Gear Manufacturers Association, Virginia, USA.
- Blake, J.W. y Cheng, H.S. (1991), "A Surface Pitting Life Model for Spur Gears: Part I -Life Prediction", *ASME Journal of Tribology*, 113(4), 712-718.
- Fajdiga, G. y Sraml, M. (2009), "Fatigue crack initiation and propagation under cyclic contact loading", *Engineering Fracture Mechanics*, 76, 1320-1335, [En línea] disponible en <http://www.fg.uni-mb.si/cpg/en/wp-content/uploads/2012/06/12.pdf>, (consultado el 20 de junio de 2016).
- ISO (International Organization for Standardization) (2006), *Calculation of load capacity of spur and helical gears - Part 2: Calculation of surface durability (pitting)*. ISO 6336-2. ISO/IEC Office. Geneva, Switzerland.